

KOMBİNATORİYAL OPTİMİZASYON

İnsanların, “daha iyi nasıl olabilir ya da nasıl elde edilebilir?”, sorusuna cevap aramaları, teknolojinin gelişmesini sağlayan en önemli etken olmuştur. Gerçek hayatı daha kolay hale getirebilen teknolojinin gelişimi, aynı zamanda yeni problemler de türetmektedir. Problemlerin sayısının ve çeşitlerinin artması, karar vericilerin işini zorlaştırmıştır. Çünkü bilinen çözüm teknikleri, problemlerin yeni durumları için yeterli olamamaktadır. Bu gibi sebepler neticesinde, yöneticilerin, karşılaştıkları problemlerde karar vermelerine yardımcı olmak amacıyla kullanabilecekleri bilimsel problem çözme yaklaşımı olarak Yöneylem Araştırması adlı bilim ortaya çıkmıştır [1]. Yöneylem Araştırması'nın ortaya çıkışı II. Dünya Savaşına dayanmaktadır.

II. Dünya savaşı sırasında İngiliz askerî yetkilileri, bilim adamları ve mühendislerden bazı askerî problemleri analiz etmelerini istediler. Bu problemlerin başlıcaları radarların geliştirilmesi, konvoy, bombalama, anti-denizaltı harekâtlarının yönetimi, vb. problemleriydi. Burada amaç, kıt kaynakların çeşitli askeri operasyonlara ve bunların çeşitli faaliyetlerine en etkin bir şekilde atanmasıydı. Böylece o zamanlar askeri harekâtlara matematik ve bilimsel metotların uygulanması Yöneylem Araştırması olarak adlandırılmıştı.

Yöneylem Araştırma'nın konusu, karşılaşılan sorunları belirlemek ve karar problemlerinin en iyi çözümünü aramaktır. İlk başta da belirtildiği gibi, gelişimin sebebi en iyiyi aramak olmuştur. Yöneylem Araştırması içindeki en iyileme kavramı, optimizasyon olarak ifade edilmektedir.

Optimizasyon kavramı ve problemleri ile günlük hayatımız içinde bile farkında olmadan karşı karşıya kalırız. Örneğin seyahat edecek bir kişinin, valizini hazırlarken, hacim, ağırlık ve eşyaların şekilleri gibi kısıtları düşünerek bir yerleşim düzeni belirlemesi aslında bir optimizasyon problemidir. Burada amaç, kişinin taşıyabileceği ağırlıkta ve tüm eşyalarını alabileceği bir valiz yerleşim düzeni seçmektir.

Optimizasyon problemleri genellikle ifade etmesi kolay fakat çözümü zor olan problemlerdir. Matematiksel anlamı ise, amaç fonksiyonunu belirli kısıtlar altında minimum veya maksimum yapmaktır.

Günlük hayat içinde alternatifler içinden seçim yapmak, yani karar almak insanların olduğu gibi işletmelerin de devamlı olarak karşı karşıya geldikleri bir durumdur. İşletmelerin çözüm getirmek zorunda oldukları karar problemleri, esas itibarıyla, kıt kaynakların rakip faaliyetler arasında optimum (en iyi) bir şekilde dağıtılması problemidir [2]. Karar verilmesi gereken alternatif veya çözülmesi gereken problem ne olursa olsun, amaç, optimum, yani en iyi sonuca ulaşmaktır.

Buradan hareketle, en genel anlamda optimum sonucun elde edilmesi işlemine “Optimizasyon” denilmektedir. Bir bilgisayar terimi olarak optimizasyon şu şekilde ifade edilebilir.

Algoritma : Belirli bir problemin çözümünde izlenen yöntemdir.

Kod : Algoritmanın bir bilgisayar dili ile ifadesidir.

Optimizasyon : Bir algoritma veya kodun daha hızlı veya daha az yer kaplayacak şekilde düzenlenmesidir.

Genel olarak optimizasyon, verilen şartlar altında en iyi sonucun elde edilmesi işidir. Bir sistemin planlanmasında hedef, istenen kârı maksimize yada gerekli çabayı minimize etmektir. İstenen kâr veya gerekli çaba, karar değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilir. Optimizasyon sürecinde bu fonksiyonun minimum veya maksimum değerini oluşturan şartlar bulunur. Optimizasyon alanındaki en önemli gelişmeler 18.yy'da Newton ve Lagrange tarafından yapılmıştır.

Optimizasyon problemleri, temel olarak, karar değişkenlerinin yapısına göre, iki sınıfa ayrılmıştır. Bunlar Kesikli Optimizasyon ve Sürekli Optimizasyondur. Kesikli optimizasyon problemleri, Kombinatoriyal Optimizasyon (Combinatorial Optimization) Problemleri olarak da isimlendirilebilirler.

Kombinatoriyal terimi, karar değişkenlerinin kesikli olmasını yani problem çözümünün tamsayıların ya da diğer kesikli nesnelere bir kümesi veya bir sırası olmasını ifade etmektedir. Bu sınıftaki problemler için optimum çözümlerin bulunması kombinatoriyal optimizasyon olarak bilinmektedir [3]. Son yıllarda kombinatoriyal optimizasyon problemlerine giderek artan bir ilgi vardır. Bir çok problemin optimum çözümünü verecek yöntemin bilinmemesi araştırmacıları bu konuda daha da ilgili hale getirmektedir. Bu durum Gezgin Satıcı Problemi (Traveling Salesman Problem, TSP) ile açıklanabilir [3].

TSP, ifade edilmesi çok kolay fakat çözülmesi zor olduğundan dolayı kombinatoriyal optimizasyonda araştırmacılar tarafından en çok üzerinde durulan problemlerden birisidir. Bu problemde bir seyyar satıcı, N tane şehir her birini sadece bir kez ziyaret etmek koşuluyla toplam seyahat edilen mesafeyi minimize edecek bir rota bulmak zorundadır. Herhangi bir başlangıç noktasına göre $(N-1)!$ kadar mümkün çözüm bulunmaktadır (eğer seyahat etme yönüne bakılmaksızın her şehir çifti arasındaki uzaklık aynı ise $(N-1)!/2$ kadar mümkün çözüm olacaktır). 20 şehirli bir TSP için mümkün tüm çözümleri 1 saatte listeleyen bir bilgisayar olduğunu düşünün. Bu durumda $(N-1)!$ formülüne göre 21 şehirli bir problem 20 saat, 22 şehirli problem 17,5 gün ve 25 şehirli bir problem yaklaşık 6 yüzyıl alacaktır. Problem boyutuna göre hesaplama zamanının üstel olarak artması diğer yaklaşımların kullanılmasını imkansız kılmaktadır [3].

Aynı problem bilgisayar açısından tekrar incelendiğinde, dünyanın yaklaşık 20 milyar yaşında olduğu kabul edildiğinde bu rakam 6.3072×10^{17} saniye veya 6.3072×10^{23} mikro saniye olacaktır. Eğer her mikro saniyede bir diziliş üreten bir bilgisayar mevcut ise, dünyanın oluşumundan bu yana sadece $24!$ ya da 6.20448×10^{23} diziliş elde edilebilecekti. Bu duruma Gezgin Satıcı Problemi açısından bakarsak, sadece 24 şehri gezmek mümkün olacaktır.

Buradan, bir problemin çözümünün belirlenen bir algoritma ile ne kadar zaman aldığına önemi ortaya çıkmaktadır [4].

Kombinatoryal Optimizasyon Problemlerinin Çözüm Metotları

Yöneylem Araştırması'nda yapılan ilk çalışmalar bir problem için optimal çözümü bulmak üzerinde odaklanmıştır. Bu nedenle tam birerlemeden (enumeration) daha etkin çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir. Bunun en ünlü örneği, doğrusal programlamadaki Simplex Algoritmasıdır. Bu tür algoritmalar, küçük boyutlu problemleri çözmeye oldukça başarılıdır. Ancak büyük boyutlu problemler için ihtiyaç duydukları hesaplama zamanı normal şartların dışına çıkmıştır. Fakat hesaplama gücünün yükselmesiyle beraber, daha büyük boyutlu problemleri çözmek mümkün olmuş ve araştırmacılar problem boyutuna göre çözüm zamanının nasıl değiştiği konusu üzerinde çalışmalar yapmışlardır. Atama probleminin çözülmesi için Hungarian metot, iki makinalı sıralama problemi için Johnson's metodunda olduğu gibi bazı durumlar için hesaplama gücünün, problem boyutuyla düşük mertebeli bir polinomial olarak arttığı gösterilmiştir. Fakat TSP gibi bir çok problem için hesaplama gücünün problem boyutuyla üstel olarak artmaktadır [3].

Bu durumda, dal/sınır tekniği veya dinamik programlama gibi kesin metotlar, tam birerlemeden daha etkin çözümler oluşturamamaktadırlar [3].

Çoğu problemler, karar değişkenlerinin bir fonksiyonu olan ve bazı kısıtlardan oluşan problemlerdir. Bu problemler genel olarak aşağıdaki gibi formüle edilirler.

$$\begin{aligned} & \text{Min. } f(x) \\ & \text{Kısıtlar } g_i(x) \geq b_i \\ & i = 1, \dots, m \end{aligned}$$

Burada x , karar değişkenlerinin bir vektörünü, $f(x)$ ve $g_i(x)$ genel bir fonksiyonu göstermektedir. Bu formülasyondaki minimizasyon problemi, gerekli değişikliklerin yapılması sonucu maksimizasyon formuna da dönüştürülebilmektedir. Bu problemlerin pek çok spesifik sınıfı bulunmaktadır. Söz konusu problem sınıfları, kısıtların değiştirilmesine göre ve/veya karar değişkenlerinin alabileceği değerlere göre elde edilmektedir. Bu sınıflar içerisinde en yaygın olarak bilenen $f(x)$ ve $g_i(x)$ 'lerin karar değişkenlerinin doğrusal bir fonksiyonu olarak dikkate alınması ve karar değişkenlerinin de sürekli (kesirli, reel) değerler almasıyla ortaya çıkan doğrusal programlama problemleridir [3,5].

Literatürde kombinatoryal optimizasyon konusundaki çalışmaların çoğunluğu, sezgisel metotlardan çok kesin (exact) metotlar üzerinde odaklanmaktadır. Yani, verilen bir problem için optimum çözümü garanti eden teknikler üzerinde durulmaktadır. Bu metotlar genellikle doğrusal programlama veya graf teorilerine ya da dal/sınır veya dinamik programlama gibi kesin birerleme yaklaşımına dayanmaktadır. Fakat modelin en iyi çözümünün aynı zamanda ele alınan gerçek problemin en iyi çözümü olduğunun garantisi yoktur. Bu durumda, yaklaşık bir model için kesin (exact) bir çözüm veya kesin bir model için yaklaşık bir çözüm arasında tercih yapılmalıdır. Fakat gerçekte tam olarak gerçeği yansıtan kesin bir modelin olması beklenemez. Bu durumda sezgisel yaklaşımlar karmaşık ve gerçekçi amaç fonksiyonları

ve/veya kısıtlardan oluşmuş kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin çözümünde, kesin algoritmalara göre genellikle daha etkindirler [3].

Sezgisel (Heuristic) Teknikler

Sezgisel kelimesi Yunanca kökenlidir ve bulmak, keşfetmek anlamına gelmektedir. Türkçe heuristic kelimesinin karşılığı buluşsal ya da araştırmaya yönelik olarak da kullanılmaktadır. Bir çözüm tekniği olarak sezgisel, herhangi bir şeyin bulunmasını garanti etmeyen bir "arama" (seeking) metodu olarak tanımlanmaktadır [3].

En genel anlamda, sezgisel, iyi yani eniyi çözüme yakın çözümleri araştıran bir tekniktir ve bu işlemi fizibiliteyi ya da eniyi sonucu bulmayı garanti etmeksizin makul bir hesaplama maliyeti ile yapar [3].

Aranan en iyi çözüm, tüm bilim dallarında, optimum adı altında geçmektedir. Bazı problemlerin en basit çözümü, mümkün olan tüm alternatifleri sıralamak ve bunların arasından en iyi olanı seçmektir. Alternatiflerin az olması durumunda bu yöntem kesin sonuca ulaştıran en etkili yöntem olabilir. Fakat alternatifler veya problemdeki değişkenler arttırıldığında, optimal çözümün bulunması çok uzun zaman alacaktır. Karşılaşılan bu zorluğu önleyebilmek için, bu tür problemlerin çözümünde, belirli kurallar geliştiren, sezgisel teknikler kullanılmaktadır. Sezgisel tekniklerin yapısıyla, konulan kısıtlamalar nedeniyle, çözüm alternatiflerinin hepsi denenmeden, optimum sonuç ya da optimuma yakın sonuç bulunmaktadır.

Kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin uygun çözümlerini bulmak için çeşitli sezgiseller geliştirilmiştir. Sezgiseller, çözümünün çok zor olduğu bazı büyük ölçekli problemlerde uygun çözümleri veren güçlü tekniklerdir. Sezgiseller uzmanların deneyimlerini ve yararlı problem karakteristiklerini kapsar. Bu özellikler, problemin büyüklüğü, doğrusallık ve altbölünebilirlik olarak gösterilebilir. Ancak sezgisel bir teknikle uygun çözümü açıklamak, optimal çözümü göstermez ve yalnızca sayılmayan objektif kriterlerle oluşturulmuş çözüm yaklaşımıdır. Sezgisel teknikler için, gerçek hayat sistemlerinde uzman sistemler denilebilir [6].

Bu tür problemlerde optimal çözüm, max. veya min amaç fonksiyonların uygun bir çözümü olarak tanımlanabilir. Fakat burada unutulmaması gereken, optimal bir çözümden daha iyi, başka uygun çözüm olmadığıdır. Bir anlamda yaklaşık bir çözüm optimize edilmiş çözüm olmaktadır.

Meta-Sezgisel Teknikler

Son zamanlarda araştırmacılar tarafından, kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin bir çözüm metodu olarak meta sezgisel yöntemlere, giderek artan bir ilgi gösterilmektedir. Meta-sezgisel metotlar arasında, Yapay Sinir Ağları, Tavlama Benzetimi, Tabu Arama ve Genetik Algoritmalar vb. örnek olarak verilebilir. Meta sezgiseller, sezgisel tekniklerle optimize edilmiş fakat yeterli olmayan durumlarda, etkili olan, standart sezgisel kavramının yüksek bir mertebesidir [6]. Uygun çözümler için diğer sezgisel arama tekniklerine kılavuzluk eden yüksek mertebeli stratejiler şeklinde söylenebilirler. Meta-sezgiseller yerel arama için standart sezgisellerin avantajlarına sahiptir [7].

Tavlama Benzetimi (simulated annealing), Tabu Arama (tabu search) ve Genetik Algoritmalar gibi meta-sezgisel metotlar amaç fonksiyonlarının doğrusallık varsayımı gibi bir basitleştirmeye ihtiyaç duymazlar. Böylece eğer kesin bir algoritma kullanılacaksa, gerçek-dünya probleminin modelinin mümkün olduğundan daha kusursuz bir şekilde kurulması gerekebilir [3].

Meta sezgisel teknikler bazı doğal oluşum proseslerini taklit etmeye çalışmaktadırlar. Tavlama benzetimi, termodinamik prosesleri taklit etmekte, tabu arama ise bir çeşit hafıza (memory) uygulamasını dikkate alarak zeki (intelligent) prosesleri taklit etmektedir. Genetik algoritmalar ise, genetik yapılara benzer bir şekilde problemleri formüle ederek doğanın en iyi olan hayatta kalır prensibini taklit etmektedirler [3].

KAYNAKLAR

[1] Ergün, K., Kesme ve Paketleme Problemleri Ve Araştırmaya Yönelik Bir Metot Geliştirilmesi ve Bu Metodun Etkinliğinin Sınanması, Balıkesir Üniversitesi FBE Yüksek Lisans Tezi, (2004).

[2] Özgüven, C., Doğrusal Programlama ve Uzantıları, Detay Yayıncılık, Ankara, (2003).

[3] Dengiz, B., Sezgisel Optimizasyon Ders Notları, Gazi Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü, <http://www.mmf.gazi.edu.tr/~berna/turkce/courses/enm543.html>, (2004).

[4] Reeves, C., Wiley, J., Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA, (1993)

[5] Türkbey, O., Karmaşıklık Analizine Bakış, Gazi Üniversitesi Endüstri Mühendisliği, <http://muendiz.freehomepage.com/arastirmakonusu.html>, (2004).

[6] Hirayama, K., Studies on Solving Methods of Some Combinatorial Problems by GA, Course in Engineering of Social Development at Tottori University, Tottori, Japan, (1997).

[7] National Institute of Standards and Technology, www.nist.gov/dads/HTML/determinalgo.html, (2004).

Yrd.Doç.Dr. Kadriye ERGÜN
Endüstri Mühendisliği Bölümü